

---

## E 100

---

# Normalfördelning

---

Att använda säkerhetslager innebär att en extra kvantitet planeras hållas i lager utöver vad som förväntas förbrukas under återanskaffningstiden. Denna extra kvantitet är avsedd att täcka upp osäkerheter i efterfrågan. Om man vill beräkna lämplig säkerhetslagerkvantitet med utgångspunkt en målsatt servicenivå eller en bristkostnadsuppskattning krävs information hur stor denna osäkerhet är i form av hur mycket efterfrågan varierar alternativt hur prognosfelet varierar under återanskaffningstiden. För att kunna göra beräkningarna måste därför efterfrågevariationerna alternativt prognosfelsvariationerna kunna specificeras. Oftast görs detta genom att anta att de följer någon form av standardfördelning. I den här handboksdelen beskrivs normalfördelningen.

## 1 Beskrivning och karakteristik

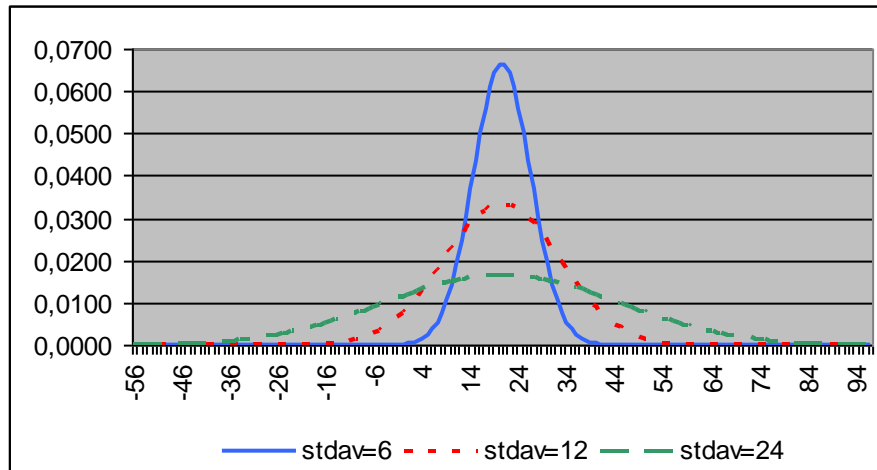
Normalfördelningen är en statistisk fördelning som är symmetrisk kring sitt medelvärde, dvs frekvensen är lika stor för ett visst större värde som för ett visst mindre värde jämfört med medelvärdet. Fördelningen karakteriseras av att cirka 68 % av ytan under frekvensfunktionen ligger inom  $\pm 1$  standardavvikelse från medelvärdet, cirka 95 % inom  $\pm 2$  standardavvikelser från medelvärdet och cirka 99,7 % inom  $\pm 3$  standardavvikelser från medelvärdet. Fördelningen är asymptotisk och börjar i minus oändligheten och slutar i plus oändligheten.

Normalfördelningen är en kontinuerlig fördelning medan verklighetens efterfrågefördelningar är diskreta. Detta innebär att efterfrågan under ledtid enligt normalfördelningen inte behöver vara ett helt tal. Är efterfrågan stor är detta inte något praktiskt problem. Avrundningen av beräknade beställningspunkter till hela tal ger försumbara fel. Är efterfrågan däremot liten blir approximationen inte helt försumbar.

Normalfördelningen är uppdelningsbar. Det innebär att om efterfrågan per period är normalfördelad så är också efterfrågan under ledtid i antal perioder normalfördelad.

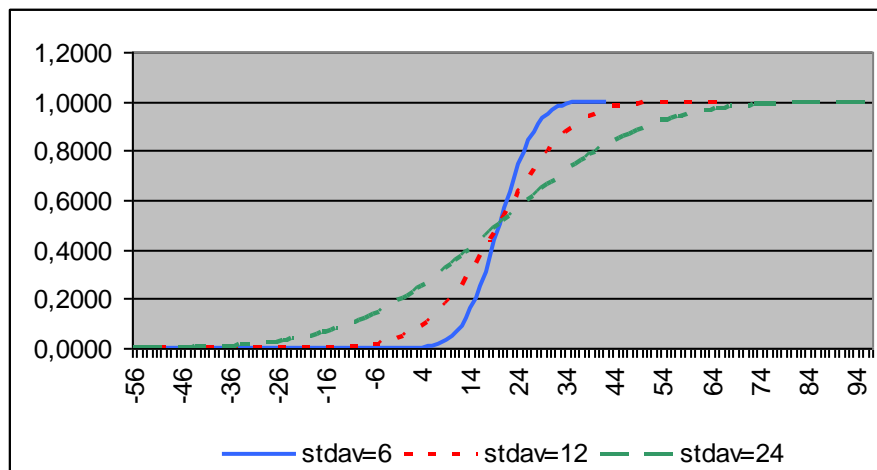
## E100 - Normalfördelning

Formen på en normalfördelning är bestämd av fördelningens medelvärde och standardavvikelse. I nedanstående figurer visas normalfördelningens frekvensfunktion och dess kumulativa fördelningsfunktion för fallet att medelefterfrågan under ledtid är 20 stycken och standardavvikelsen 6, 12 respektive 24 stycken. Som framgår av figur 1 blir fördelningen mer utdragen och flackare ju större standardavvikelsen är. Det framgår också att ju större standardavvikelsen är desto längre in på den negativa sidan går frekvensfunktionen, dvs. ju större andel av möjliga efterfrågevärden blir statistiskt sett negativa.



Figur 1 Utseende på normalfördelningens frekvensfunktion vid olika stora standardavvikelser

Den kumulativa normalfördelningen avser sannolikheten att efterfrågan under ledtid är mindre än ett visst värde. Exempelvis är sannolikheten att efterfrågan är mindre än 44 cirka 80 % vid en standardavvikelse på 24 stycken enligt figur 2. I bilaga 2 finns en tabell för bestämning av sådana sannolikheter.



Figur 2 Utseende på den kumulativa normalfördelningsfunktionen vid olika stora standardavvikelser

## 2 Beräkningar med hjälp av Excel

I Excel finns två olika funktioner som hjälpmedel under flik ”Infoga funktion” för användning av normalfördelningen vid säkerhetslagerberäkning. Med hjälp av den ena funktionen beräknas sannolikheten att efterfrågan är mindre än eller lika med ett visst värde.

$NORMFÖRD(e, \bar{E}, \sigma, SANT)$  där  $e$  är lika med valt efterfrågevärde,  $\bar{E}$  medelefterfrågan under ledtid,  $\sigma$  standardavvikelsen för efterfrågan under ledtid och  $SANT$  en logisk funktion för beräkning av den kumulativa sannolikheten. Exempelvis blir med hjälp av denna Excelfunktion sannolikheten att efterfrågan är mindre än 44 vid en standardavvikelse på 24 stycken i ovanstående exempel lika med 84 %. Vid lagerstyrningstillämpning motsvarar efterfrågevärdet beställningspunkten och den beräknade sannolikheten erhållen cykelservice.

Med hjälp av den andra funktionen beräknas det efterfrågevärde som motsvaras av en viss given sannolikhet att inte överskridas

$NORMINV(p, \bar{E}, \sigma)$  där  $p$  är lika med sannolikheten att det sökta efterfrågevärdet motsvarande beställningspunkten inte överskrids, dvs. cykelservicenivån,  $\bar{E}$  medelefterfrågan under ledtid och  $\sigma$  standardavvikelsen för efterfrågan. Exempelvis blir med hjälp av denna Excelfunktion det sökta efterfrågevärdet med en sannolikhet på 84 % vid en standardavvikelse på 24 stycken i ovanstående exempel lika med cirka 44 stycken.

## 3 Kriterier för val av normalfördelning

Att låta en standardfördelning representera en verklig efterfrågefördelning innebär alltid en approximation och olika standardfördelningar är mer eller mindre lämpliga att använda. Normalfördelningen betraktas allmänt som den generellt sett mest lämpade och det är också den fördelning som används mest både i litteraturen och vid lagerstyrning i praktiken. Praktiskt taget alla affärssystem har stöd för normalfördelningen. Normalfördelningen är också attraktiv att använda ur beräkningssynpunkt.

Det finns två svagheter med normalfördelningen. Den ena är att den är symmetrisk. När efterfrågan per dag är liten och lågfrekvent blir i allmänhet den verkliga efterfrågan under ledtid snedfördelad åt större efterfrågevärden vilket medför att tillräcklig hänsyn inte tas till stora efterfrågevärden. Därmed kommer säkerhetslagren att bli för små. Speciellt inträffar detta när ledtiderna är korta. Ju längre ledtider, ju mer tenderar efterfrågan under ledtid att bli normalfördelad.

Den andra svagheten gäller att normalfördelningen som framgick ovan ger negativa efterfrågevärden. Speciellt vid korta ledtider och stora efterfrågevariationer blir sådana inslag av negativ efterfrågan inte försumbara och leder till att säkerhetslagren blir för små. En vanligt använd regel för när normalfördelningen kan vara lämplig för säkerhetslagerberäkning är att variationskoefficienten under ledtid skall vara mindre än 0,5. Man bör emellertid vid val av efterfrågefördelning också beakta att det finns en rad andra osäkerhetsmoment som påverkar möjlig noggrannhet vid beräkning av säkerhets-

lager. Variationskoefficienten är lika med förhållandet mellan standardavvikelsen och medelefterfrågan vilket innebär att regeln innebär att medelefterfrågan under ledtid bör vara storleksordningen dubbelt så stor som standardavvikelsen under ledtid för att normalfördelningen skall vara lämpliga att använda.

Jämförande analyser har visat att normalfördelningen i motsats till gamma och lognormalfördelningen i princip alltid ger ett något lägre säkerhetslager än vad den verkliga fördelningen skulle ge med utgångspunkt från en given servicenivå (Mattsson, 2010). Skillnaderna blir större ju större variationskoefficienten är.

Statistiska hjälpmedel finns för att testa i vilken utsträckning en fördelning är normalfördelad, exempelvis Chi-square test och Kolmogorov-Smirnovs test.

## Referenslitteratur

Fortuin, L. (1980) Five popular probability density functions: A comparison in the field of stock-control models, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 31.

Mattsson, S-A. (2003) Efterfrågefördelning vid bestämning av beställningspunkter och säkerhetslager, Forskningsrapport, Teknisk logistik, Lunds Universitet.

Mattsson, S-A. (2010) Demand distributions for inventory management, Forskningsrapport, Logistik och Transport, Chalmers Tekniska Högskola.

Naddor, E. (1978) Sensitivity to distributions in inventory systems, *Management Scienc*, Vol. 24.

Razi, M. – Tarn, M. (2003) An applied model for improving inventory management in ERP systems, *Logistics Information Management*, Vol. 16 No. 2.

Schönsleben, P. (2000), *Integral logistics management*, The St. Lucie Press.

Tadikamalla, P. (1984) A comparison of several approximations to the lead time demand distribution, *Omega*, Vol.12 No. 6.