E 102

Gammafördelning

Att använda säkerhetslager innebär att en extra kvantitet planeras hållas i lager utöver vad som förväntas förbrukas under återanskaffningstiden. Denna extra kvantitet är avsedd att täcka upp osäkerheter i efterfrågan. Om man vill beräkna lämplig säkerhetslagerkvantitet med utgångspunkt från en målsatt servicenivå eller en bristkostnadsuppskattning krävs information om stora denna osäkerhet är i form av hur mycket efterfrågan varierar alternativt hur prognosfelet varierar under återanskaffningstiden. För att kunna göra beräkningarna måste därför efterfrågevariationerna alternativt prognosfelsvariationerna kunna specificeras. Oftast görs detta genom att anta att de följer någon form av standardfördelning. I den här handboksdelen beskrivs gammafördelningen.

1 Beskrivning och karakteristik

Gammafördelningen är en statistisk fördelning som i motsats till normalfördelningen är osymmetrisk kring sitt medelvärde, dvs det finns fler efterfrågevärden som är större än medelefterfrågan än som är mindre. Den är med andra ord snedfördelad åt större efterfrågevärden. Fördelningen kan inte ge upphov till negativa efterfrågevärden.

Gammafördelningen är en kontinuerlig fördelning medan verklighetens efterfrågefördelningar är diskreta. Detta innebär att efterfrågan under ledtid enligt gammafördelningen inte behöver vara ett helt tal. Är efterfrågan någorlunda stor är detta inte något praktiskt problem. Avrundningen av beräknade beställningspunkter till hela tal ger försumbara fel. Är efterfrågan däremot liten blir approximationen inte helt försumbar.

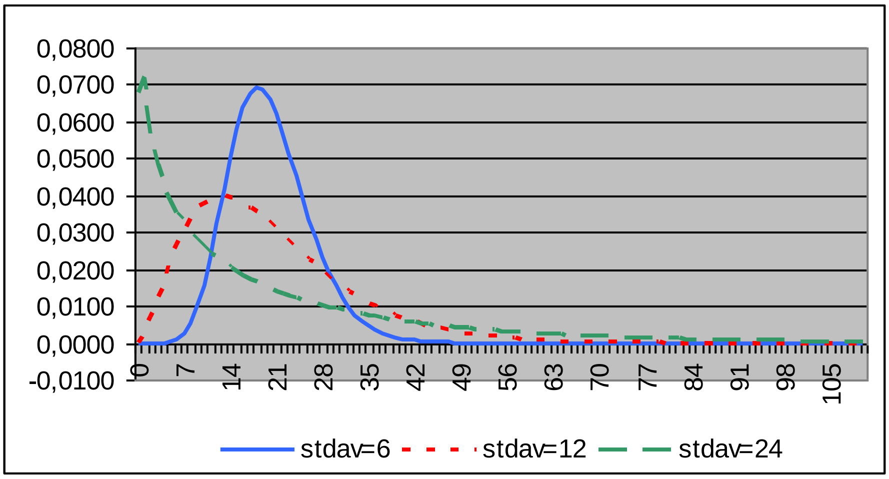
Gammafördelningen är uppdelningsbar. Det innebär att om efterfrågan per period är gammafördelad så är också efterfrågan under ledtid i antal perioder gammafördelad.

Formen på gammafördelningen är bestämd av två parametrar, α och β, som kan beräknas från efterfrågans medelvärde $\overline{E}$ och standardavvikelse σ med hjälp av följande formler.

$$\alpha = \frac{\overline{E}^2}{\sigma^2} \text{ och } \beta = \frac{\sigma^2}{\overline{E}}$$

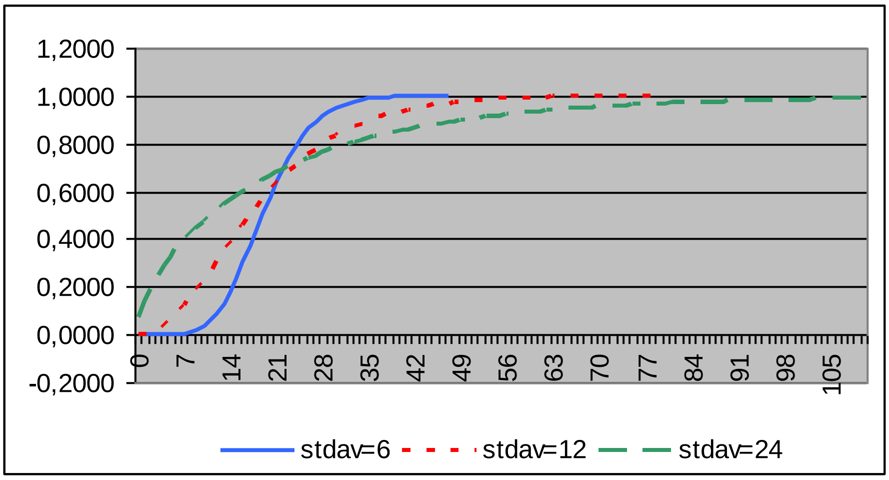
När α är mindre än 1 är fördelningen monotont avtagande. Den motsvarar den negativa exponentiella fördelningen när α är lika med 1. För mycket stora α -värden tenderar gammafördelningen att motsvara normalfördelningen.

I nedanstående figurer visas gammafördelningens frekvensfunktion och dess kumulativa fördelningsfunktion för fallet att medelefterfrågan under ledtid är 20 stycken och standardavvikelsen 6, 12 respektive 24. Som framgår av figur 1 blir fördelningen mer normalfördelningslik ju mindre standardavvikelsen är, dvs ju större k är.



Figur 1 Utseende på gammafördelningens frekvensfunktion vid olika stora standardavvikelser

Den kumulativa gammafördelningen avser sannolikheten att efterfrågan under ledtid är mindre än ett viss värde. Exempelvis är sannolikheten att efterfrågan är mindre än 50 cirka 90 % vid en standardavvikelse på 24 stycken enligt figur 2.



Figur 2 Utseende på den kumulativa gammafördelningsfunktionen vid olika stora standardavvikelser

2 Beräkningar med hjälp av Excel

I Excel finns två olika funktioner som hjälpmedel under flik ”Infoga funktion” för användning av gammafördelningen vid säkerhetslagerberäkning. Med hjälp av den ena funktionen beräknas sannolikheten att efterfrågan är mindre än eller lika med ett visst värde.

GAMMAFÖRD $(\overline{E}, alfa, beta, SANT)$ där $\overline{E}$ är lika med valt efterfrågevärde och $SANT$ en logisk funktion för beräkning av den kumulativa sannolikheten. Exempelvis blir med hjälp av denna Excelfunktion sannolikheten att efterfrågan är mindre än 50 vid en standardavvikelse på 24 stycken i ovanstående exempel lika med cirka 90 %. Vid lagerstyrningstillämpning motsvarar efterfrågevärdet beställningspunkten och den beräknade sannolikheten erhållen cykelservice.

Med hjälp av den andra funktionen beräknas det efterfrågevärde som motsvaras av en viss given sannolikhet att inte överskridas

GAMMAINV $(p, alfa, beta)$ där p är lika med sannolikheten att det sökta efterfrågevärdet motsvarande beställningspunkten inte överskrids, dvs. cykelservicenivån. Exempelvis blir med hjälp av denna Excelfunktion det sökta efterfrågevärdet med en sannolikhet på 90 % vid en standardavvikelse på 24 stycken i ovanstående exempel lika med cirka 50 stycken.

3 Kriterier för val av gammafördelning

Att låta en standardfördelning representera en verklig efterfrågefördelning innebär alltid en approximation och olika standardfördelningar är mer eller mindre lämpliga att använda. Jämförande analyser har visat att gammafördelningen i motsats till normalfördelningen i princip alltid ger ett något högre säkerhetslager än vad den verkliga fördelningen skulle ge med utgångspunkt från en given servicenivå (Mattsson, 2010). Skillnaderna blir större ju större variationskoefficienten är. Erhållen servicenivå blir därmed också något högre än motsvarande för normalfördelningen.

En fördel med gammafördelningen jämfört med normalfördelningen är att den inte medför några problem med negativa efterfrågevärden. Den anpassar dessutom sin form efter hur efterfrågekarakteristiken ser ut till monotont avtagande frekvens vid mycket höga variationskoefficienter, till att vara snedfördelad mot höga efterfrågevärden med medelhöga variationskoefficienter och till att vara nära symmetrisk och normalfördelningsliknande vid låga variationskoefficienter. Den kan därmed betraktas som mer generellt användbar som enda fördelning än normalfördelningen. Enligt Silver et al. (1998, sid 273) bör gammafördelningen användas i stället för normalfördelningen när variationskoefficienten är större än 0,5 och när efterfrågan är snedfördelad till höger.

Statistiska hjälpmedel finns för att testa i vilken utsträckning en fördelning är gamma-fördelad, exempelvis Chi-square test och Kolmogorov-Smirnovs test.

Referenslitteratur

Burgin, R. (1975) The gamma distribution and inventory control, *Operational Research Quarterly*, Vol. 26, No. 3, sid 507-525.

Fortuin, L. (1980) Five popular probability density functions: A comparison in the field of stock-control models, Journal of the Operational Research Society, Vol. 31, sid 937.

Keaton, M. (1995) Using the gamma distribution to model demand when lead times are random, *Journal of Business Logistics*, Vol. 16, No. 1.

Mattsson, S-A. (2007) Efterfrågefördelningar vid bestämning av säkerhetslager, Forskningsrapport, Teknisk logistik, Lunds Universitet.

Mattsson, S-A. (2010) Demand distributions for inventory management, Forskningsrapport, Logistik och Transport, Chalmers Tekniska Högskola.

Silver, E. – Pyke, D. – Peterson, R. (1998) Inventory management and production planning and scheduling, John Wiley & Sons, sid 273.

Tadikamalla, P. (1984) A comparison of several approximations to the lead time demand distribution, Omega, Vol.12 No. 6, sid 575.